ECUACIONES DIFERENCIALES DE 1º ORDEN

Profesor: **Juan Manuel Escalón**

TIPO	MODELO	RESOLUCIÓN	EJEMPLOS
Variable Separada	$f(x)dx = g(y)dy$	$\int f(x)dx = \int g(y)dy$	$xy^4dx + (y^2+2)e^{-3x}dy = 0$
Homogénea	$y' = f(x,y)$	Cambio $y = ux \rightarrow y' = u'x + u$	$xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y$
Reducible a Homogénea	$P(x,y)dx + Q(x,y)dy = 0$	$P(x,y) y Q(x,y)$ se cortan en (x_0, y_0) cambio $x = v + x_0$ $y = w + y_0$	$(x+y+1)dx + (2x+2y-1)dy = 0$
		$P(x,y) y Q(x,y)$ son paralelas, cambio $z = ax + by$	$(3x+y-2) + (x-1)y' = 0$
Lineal	$y' + P(x)\cdot y = Q(x)$	$\mu(x)\cdot y = \int \mu(x)\cdot Q(x)dx$ con $\mu(x) = e^{\int P(x)dx}$	$xy' - (x+1)y + x^3 - x = 0$
Exacta	$M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$	Es exacta si $\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x,y)}{\partial x}$ Se resuelve imponiendo que $\frac{\partial F(x,y)}{\partial x} = M(x,y)$ y $\frac{\partial F(x,y)}{\partial y} = N(x,y)$	$(x^3 + xy^2)dx + (x^2y + y^3)dy = 0$
Factor Integrante	$M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$	Se aplica cuando no es exacta. (*) Ver anexo de Factor Integrante	$(1 - x^2y)dx + x^2(y - x)dy = 0$
Bernouilli	$y' + P(x)\cdot y = Q(x)\cdot y^n$	Cambio $z = y^{1-n}$	$xy' + y = y^2 Lnx$
Lagrange	$y = xf(y') + g(y')$	Cambio $y' = p$	$y = 2xy' + Lny'$
Clairaut	$y = x\cdot y' + f(y')$	Cambio $y' = p$	$y = x(y')^2 - \frac{1}{y'}$

(*) Anexo de Factor Integrante

$M\ (x, y)\ dx + N\ (x, y)\ dy = 0 \qquad (1)$

El factor integrante $\mu(x)$, es una función que convierte una ecuación diferencial en exacta.

Por lo tanto, no es un método de resolución como tal, sino una manera de convertir una ecuación diferencial en exacta, para posteriormente resolverla como exacta.

El factor integrante $\mu(x)$, depende de las variables, y hay muchos, los más habituales son:

Respecto de quien depende	Comprobación	Factor Integrante
Solo de x	$\partial\mu = \dfrac{M_y - N_x}{N(x,y)}$	$\mu(x)$
Solo de y	$\partial\mu = \dfrac{N_x - M_y}{M(x,y)}$	$\mu(y)$
De $x + y$	$\partial\mu = \dfrac{N_x - M_y}{M(x,y) - N(x,y)}$	$\mu(x+y)$
De $x - y$	$\partial\mu = \dfrac{M_y - N_x}{M(x,y) + N(x,y)}$	$\mu(x-y)$
De $x \cdot y$	$\partial\mu = \dfrac{N_x - P_y}{xM(x,y) - yN(x,y)}$	$\mu(x \cdot y)$

$$M_y = \frac{\partial M(x,y)}{\partial y}$$

$$N_x = \frac{\partial N(x,y)}{\partial x}$$

Una vez calculado el factor integrante se aplica la ecuación:

$$\frac{\mu'}{\mu} = \partial\mu$$

Que se resuelve por variable separada siendo

$$\mu' = \frac{d\mu}{dx}$$

Y el resultado se multiplica por toda la ecuación diferencial inicial (1) para convertirla en exacta