



Asignatura: Estadística y asignaturas relacionadas

Probabilidad condicionada

Teorema de Bayes

Dados dos sucesos A y B , se denomina probabilidad de A condicionada a B a la probabilidad de que suceda A sabiendo que ha sucedido B .

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Ejemplo:

Al lanzar un dado consideramos los sucesos:

$$A : \text{"sacar un tres o más"} , (3,4,5,6), P(A) = 4/6 = 2/3$$

$$B : \text{"sacar un número par"} , (2,4,6), P(A) = 3/6 = 1/2$$

$$A \cap B : \text{"sacar un número par o mayor o igual que tres"} , (4,6), P(A \cap B) = 2/6 = 1/3$$

$$P(A/B) : \text{"sacar un tres o más sabiendo que es un número par"} , (4,6), P(A/B) = \frac{1/3}{1/2}$$

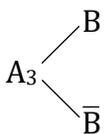
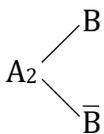
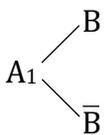
En numerosas ocasiones para obtener $P(B)$ en la fórmula del Teorema de Bayes, es necesario utilizar el Teorema de la Probabilidad Total.

Teorema de la Probabilidad Total

La probabilidad de que ocurra un suceso es la suma de las probabilidades de todas las situaciones en las que puede ocurrir este suceso:

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(B/A_i) \cdot P(A_i)$$

O planteado de otra forma:



$$\begin{aligned} P(B) &= P(A1 \cap B) + P(A2 \cap B) + P(A3 \cap B) \\ &= P(A1/B) \cdot P(A1) + P(A2/B) \cdot P(A2) + P(A3/B) \cdot P(A3) \end{aligned}$$



Ejemplo:

Una compañía compró 100.000 transistores, 50.000 del proveedor A, 30.000 del proveedor B y 20.000 del proveedor C. Se sabe que el 2% de los transistores del proveedor A son defectuosos, el 3% de los del proveedor B son defectuosos y el 5% de los del proveedor C son defectuosos.

- a) Si un transistor de los 100.000 se escoge al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuoso?

$$P(A) = \frac{50000}{100000} = \frac{1}{2}$$

□

$$P(B) = \frac{30000}{100000} = \frac{3}{10}$$

□

$$P(C) = \frac{20000}{100000} = \frac{1}{5}$$

Y, por otro lado:

$$P(D/A) = 0,02$$

□

$$P(D/B) = 0,03$$

□

$$P(D/C) = 0,05$$

Entonces, utilizando el Teorema de la Probabilidad Total:

$$P(D) = P(D/A) \cdot P(A) + P(D/B) \cdot P(B) + P(D/C) \cdot P(C) = 0,02 \cdot \frac{1}{2} + 0,03 \cdot \frac{3}{10} + 0,05 \cdot \frac{1}{5} = 0,029$$

- b) Si seleccionamos aleatoriamente un transistor y es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que venga del proveedor A?

$$P(A/D) = \frac{P(D/A) \cdot P(A)}{P(D)} = \frac{0,02 \cdot \frac{1}{2}}{0,029} = 0,344828$$