Universidad: **Pontificia Comillas de Madrid · UPCO**

Grado: **Doble Grado en ADE y Relaciones Internacionales**

Asignatura: **Matemáticas Empresariales**

Profesora: **Andrea Campano**

Examen Álgebra 2023 Resuelto

Pregunta 1 (0,5 puntos)

Sea $B = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \bar{u}_4 \right\}$ una base de M_{2x2}.

Sabiendo que el vector $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 14 & 6 \end{pmatrix}$ tiene coordenadas $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}_B$ en la base B, determina los valores del vector $\bar{u}_4$.

Solución

El vector $\vec{u}_4$ tendeá coordenadas (x, y, z, t), por lo tanto tendremos que resolver el sistema

$$\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 14 & 6 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - 1\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 = 2 - x & \Rightarrow x = 2 \\ -3 = 2 + 2 - y & \Rightarrow -3 = 4 - y \Rightarrow y = 7 \\ 14 = 2 + 4 - z & \Rightarrow 14 = 6 - z \Rightarrow z = -8 \\ 6 = 6 + 2 - t & \Rightarrow 6 = 8 - t \Rightarrow t = 2 \end{cases}$$

Por tanto, $\vec{u}_4 = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -8 & 2 \end{pmatrix}$

Pregunta 2 (0,5 puntos)

Dada una aplicación $f: M_{2x2} \to R^3$, se sabe que $f\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ y que $f\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Obtener la imagen de $f\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$

Solución

Como f es una aplicación lineal, se verifica que $\forall u, v \in v$ y $\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

$$f(\alpha u + \beta v) = \alpha f(u) + \beta f(v)$$

En este caso, podemos observar que: $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, con $\alpha = 1, \beta = 3$.

Entonces: $f\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = 1 \cdot f\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 3 \cdot f\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$

Pregunta 3 (0,5 puntos)

Dada una aplicación $f: R^3 \to R^3$. Sea $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ un autovector de la aplicación asociado a λ_1. Se sabe que $f\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ y que $\alpha(\lambda_1) = 1$. Obtener el autovalor λ_1 y la forma paramétrica del subespacio asociado.

Solución

Por definición $\vec{u}$ es un vector asociado al autovalor λ si se verifica que $f(\vec{u}) = \lambda\vec{u}$

Como $f\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ entonces, $\lambda_1 = 2$

Además, como $\alpha(\lambda_1) = 1$, entonces $\beta(\lambda_1) = 1$, y por tanto, el subespacio asociado es:

$$S_{\lambda n} = \left\{\begin{pmatrix} 0 \\ -\alpha \\ 2\alpha \end{pmatrix}, \alpha \in \mathbb{R}\right\}$$

Pregunta 4 (0,5 puntos)

Sea A una matriz 3 x 3 simétrica. Se sabe que dos de sus autovalores son $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 3$ y $|A| = 9$. Obtener la dimensión del subespacio $S_{\lambda=3}$ y justifica la respuesta.

Solución

Como A es una matriz simétrica$\Rightarrow$ A es una matriz diagonalizable y, por tanto, el determinante se puede calcular como:

$$|A| = \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 = 1 \cdot 3 \cdot \lambda_3 = 9 \Rightarrow \lambda_3 = 3$$

Como hemos visto que A es diagonalizable, tenemos que:

$$\beta(\lambda = 3) = 2 = \mathrm{Dim}(S_{\lambda 3})$$

Problema 1 (2 puntos)

Considera la familia de vectores

$$S = \{1 + ax + 2x^2, 2 - x + x^2, -3 + 4x + 6x^2, 3 - 2x + ax^2\} \subset \mathbb{R}_2[x],\ a \in \mathbb{R}$$

a) Indica para qué valores del parámetro a es S un sistema generador y/o base de $\mathbb{R}_2[x]$. (0,75 puntos)

b) Para $a = 1$, escoge de entre los vectores de S una base de $\mathbb{R}_2[x]$, que llamaremos B_1. Considera por otra parte la base de $\mathbb{R}_2[x]$

$$B_2 = \{6 - 7x - 6x^2, -1 + 6x + 10x^2, -1 + 2x + x^2\}$$

Calcula la matriz de cambio de base de B_2 a B_1 y obtén las coordenadas en la base B_1 del vector que tiene coordenadas $(-3,1,0)$ en la base B_2 (0,75 puntos).

c) Determina el valor de b para que el vector $\bar{u} = b + x + x^2$ sea combinación lineal del sistema $S = \{1 + 2x^2, 2 - x + x^2, 3 - x + 3x^2\}$ (0,5 puntos).

Solución

a) Veamos si hay vectores LD según los valores de a:

$$\begin{pmatrix} 1 & a & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -3 & 4 & 6 \\ 3 & -2 & a \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & a & 2 \\ 0 & -1-2a & -3 \\ 0 & 4+3a & 12 \\ 0 & -2-3a & a-6 \end{pmatrix}$$

Podemos observar que si $a \neq 0$, el rango de la matriz asociada es 3. por lo que es sistema generador pero no base ya que S tiene 4 vectores, y en consecuencia nunca puede ser base de $\mathbb{R}_2[x]$ cuya dimensión es 3.

En el caso en que $a = 0$, el rango de la matriz asociada es 2. por lo que no es sistema generador y en consecuencia, tampoco es base.

b) Para escoger de S una base de $R_2[x]$. vamos a dade al parámetro "a" el valor $a = 1$ y vamos a elegir por ejemplo los vectores

$$B_2 = \{1 + x + 2x^2, 2 - x + x^2, -3 + 4x + 6x^2\}$$

(hay muchas opciones posibles)
Para calcular la matriz del cambio de base de B_2 a B_1 sabemos que

$$B_2 x_2 = B_1 x_1 \to x_1 = (B_1)^{-1} B_2 x_2$$

$\Rightarrow C = (B_1)^{-1} B_2$ será la matriz del cambio de base de B_2 a B_1.

$$B_2 = \begin{pmatrix} 6 & -1 & -1 \\ -7 & +6 & 2 \\ -6 & 10 & 1 \end{pmatrix} \quad B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

$$Adj(B_1) = \begin{pmatrix} -10 & +2 & 3 \\ -15 & 12 & +3 \\ 5 & -7 & -3 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{Adj}(B_1)^t = \begin{pmatrix} -10 & -15 & 5 \\ +2 & 12 & -7 \\ 3 & +3 & -3 \end{pmatrix}$$

$$|B_1| = -6 + 16 - 3 - (6 + 4 + 12) = -15$$

$$\Rightarrow {B_1}^{-1} = \frac{-1}{15} \begin{pmatrix} -10 & -15 & 5 \\ 2 & 12 & -7 \\ 3 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

Por tanto

$$C = \frac{-1}{15} \begin{pmatrix} -10 & -15 & 5 \\ 2 & 12 & -7 \\ 3 & 3 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & -1 & -1 \\ -7 & 6 & 2 \\ -6 & 10 & 1 \end{pmatrix} = \frac{-1}{15} \begin{pmatrix} 15 & -30 & -15 \\ -30 & 0 & 15 \\ 15 & -15 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Como hemos visto antes que $X_1 = (B_1)^{-1} B_2 x_2$ entonces las coordenadas del vector $(-3,1,0)$ son:

$$x_1 = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow x_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \\ 4 \end{pmatrix}_B$$

c)

$$b + x + x^2 = \alpha(1 + 2x^2) + \beta(2 - x + x^2) + \gamma(3 - x + 3x^2)$$
$$\Rightarrow \begin{cases} b = \alpha + 2\beta + 3\gamma \rightarrow b = 2 - 3 \rightarrow b = -1 \\ 1 = 0 - \beta - \gamma \rightarrow \alpha = -1 \\ 1 = 2\alpha + \beta + 3\gamma \rightarrow 1 = 2\alpha - 3 \rightarrow 4 = 2\alpha \rightarrow \alpha = 2 \end{cases}$$

Suponemos $\beta = 0$

Por tanto, para $b = -1$ el, vector $\vec{u}$ es combinación lineal del sistema S.

Problema 2 (2 puntos)

Sea el espacio vectorial de las matrices $2 \times 2, \mathbb{M}_{2\times 2}$. En ese espacio se define el subespacio vectorial H de las **matrices simétricas $\mathbf{2 \times 2}$**.

Se pide:

a) Expresa H en forma paramétrica. NOTA: La expresión paramétrica se puede sacar directamente pensando en la forma de las matrices que forman el SEV. Si te cuesta sacarlo, puede ayudarte pensar en algunas matrices que pertenezcan a ese subespacio y usarlas como sistema generador del SEV. (0,5 puntos)
b) Determinar una base de H y la dimensión de H. (0,5 puntos)
c) Expresa H en forma implícita (0,5 puntos)
d) Analiza si $S = \left\{\begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}\right\}$ es base de H. Justifique su respuesta. (0,5 puntos)

Solución

a)

$$H = \left\{\begin{pmatrix} a & c \\ c & b \end{pmatrix} \in M_{2\times 2},\ a, b, c \in \mathbb{R}\right\}$$

b)

$$B = \left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right\}$$
$$\rightarrow \mathrm{dm}H = 3$$

c)

$$H = \left\{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_{2\times 2} \middle|\ b = c\right\}$$

d) Como todos los elementos de S pertenecen a H, solo nos faltaría ver si son LI.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \gamma\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 = 10\alpha + 5\beta \rightarrow \beta = 0 \\ 0 = -3\gamma \\ 0 = -3\gamma \\ 0 = 5\alpha \rightarrow \alpha = 0 \end{cases} \qquad \Rightarrow \text{ Son LI y por tanto S es una base de H}$$

Problema 3 (1,5 puntos)

Sea el espacio vectorial de los polinomios de orden menor o igual a $3\mathbb{R}_3[x]$.

En ese espacio se define el endomorfismo cuya matriz asociada a la aplicación respecto de la Base canónica (definida en el siguiente orden: $\{1, x, x^2, x^3\}$) es:

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 & -6 \\ 0 & 2 & 4 & -2 \\ 0 & 2 & 0 & -2 \\ 3 & 0 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

a) La expresión funcional del endomorfismo (0,5 puntos)
b) Una base y la expresión de forma paramétrica el subespacio vectorial formado por los polinomios cuya imagen es el vector nulo de $\mathbb{R}_3[x]$ (1 punto)

Solución

a)
$f(a+bx+cx^2+dx^3) = (5a+b-6d)+(2b+4c-2d)x+(2b-2d)x^2+(3a+3c-3d)x^3$

b) Necesariamente

$$f(a+bx+(x^2+dx^3)=0 \Rightarrow \begin{cases} 5a+b-6d=0 \\ 2b+4c-2d=0 \\ 2b-2d=0 \\ 3a+3c-3d=0 \end{cases} \rightarrow b=d$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5a+d-6d=0 \Rightarrow 5a=5d \Rightarrow a=d \\ 2d+4c-2d=0 \rightarrow 4c=0 \Rightarrow c=0 \\ b=d \\ 3d+0-3d=0 \Rightarrow 0=0 \end{cases}$$

Entonces la expresión en forma en forma paramétrica es:

$$H=\{(\alpha+\alpha x+\alpha x^3) \in \mathbb{R}_3[x] \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$$

y la base sería por tanto,

$$B=\{1+x+x^3\} \text{ con } dm(B)=1$$

Problema 4 (1,5 puntos)

Sea el espacio vectorial de los polinomios de orden menor o igual a $3\mathbb{R}_3[x]$.
En ese espacio se define el endomorfismo cuya matriz asociada a la aplicación respecto de la Base canónica (definida en el siguiente orden: $\{1, x, x^2, x^3\}$) es:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1.5 & 0 & -3.5 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -3.5 & 0 & -1.5 \end{pmatrix}$$

Se pide:

a) Determine los autovalores, junto con su multiplicidad algebraica y geométrica. ¿Es el endomorfismo diagonalizable? Justifique su respuesta (0,75 puntos)
b) Determine una base para el subespacio vectorial del autovalor con mayor multiplicidad algebraica. El vector $3-2x+x^2+2x^3$ ies un autovector asociado a dicho autovalor? En caso afirmativo, determine sus coordenadas frente a la base elegida (0,75 puntos)

Solución

a) Los autovalores son la solución de la ecuación

$$|A-\lambda I|=0\Rightarrow\begin{vmatrix}2-\lambda & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1'5-\lambda & 0 & -3'5\\ 0 & 0 & 2-\lambda & 0\\ 0 & -3'5 & 0 & -1'5-\lambda\end{vmatrix}=0$$

$$\Rightarrow(2-\lambda)\begin{vmatrix}-\lambda'5-\lambda & 0 & -3'5\\ 0 & 2-\lambda & 0\\ -3'5 & 0 & -\lambda'5-\lambda\end{vmatrix}=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow(2-\lambda)^2\begin{vmatrix}-1'5-\lambda & -3'5\\ -3'5 & -\lambda'5-\lambda\end{vmatrix}=0\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow(2-\lambda)^2[(-\lambda'5-\lambda)^2-3'5^2]=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow(2-\lambda)^2[\lambda^2+3\lambda-10]=0\quad\begin{matrix}\nearrow\ 2-\ \lambda=0\Rightarrow\lambda=2\text{ doble}\\ \\ \searrow\ \lambda^2+3\lambda-10=0\end{matrix}$$

$$\lambda^2+3\lambda-10=0$$

$$\lambda=\frac{-3\pm\sqrt{9+40}}{2}\quad\begin{matrix}\nearrow\ \dfrac{-3+7}{2}=2\rightarrow\lambda=2\\ \\ \searrow\ \dfrac{-3-7}{2}=-5\rightarrow\lambda=-5\end{matrix}$$

Ahora calculamos los autovectores asociados a cada autovalor:

- Si $\lambda=2$

$$(A-\lambda I)\times=0\rightarrow\begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -3'5 & 0 & -3'5\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -3'5 & 0 & -33'5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ 0\\ 0\\ 0\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}0=0\\ -3'5x_2-3'5x_4=0\Rightarrow x_2=-x_4\\ 0=0\\ -3'5x_2-3\ '5x_4=0\Rightarrow x_2=-x_4\end{cases}$$

En consecuencia,

$$\begin{cases} x_1 = x_1 \\ x_2 = -x_4 \\ x_3 = x_3 \\ x_4 = x_4 \end{cases} \Rightarrow \text{ los autovectores asociados a } \lambda = 2 \text{ son } \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

Y se verifica que $\alpha(\lambda = 2) = 3 = \beta(\lambda = 2)$

- Si $\lambda = -5$

$$(A - \lambda I)x = 0 \Rightarrow \begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3'5 & 0 & -3'5 \\ 0 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & -3'5 & 0 & 3'5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 7x_1 = 0 \\ 3'5x_2 - 3'5x_4 = 0 \\ 7x_3 = 0 \\ -3'5x_2 + 3'5x_4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = x_4 \\ x_3 = 0 \\ x_4 = x_4 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ El autovector asociado a $\lambda = -5$ es $\{(0,1,0,1)\}$

Y se verifica que $\alpha(\lambda = -5) = 1 = \beta(\lambda = -5)$

Como las multiplicidades algebraicas y geométricas coinciden para todos los autovalores, entonces la matriz es diagonizable.

b) El autovalor con mayor multiplicidad algebraica es $\lambda = 2$. Como sus autovectores asociados $\{(1,0,0,0), (0,0,1,0), (0,-1,0,1)\}$ son LI, forman una base que viene dada por:

$$B = \{1, x^2, -x + x^3\}$$

La expresión funcional del endomorfismo es:

$$f(a + bx + cx^2 + dx^3) = (2a) + (-1'5b - 3'5d)x + (2c)x^2 + (-3'5b - 1'5d)x^3$$

Por tanto, veamos si el vector $\vec{v} = 3 - 2x + x^2 + 2x^3$ es autovector, es decir, si se cumple que:

$$f(v) = \lambda v$$

$$\begin{aligned} f(3 - 2x + x^2 + 2x^3) &= 6 + (3 - 7)x + 2x^2 + (7 - 3)x^3 = \\ &= 6 - 4x + 2x^2 + 4x^3 = \\ &= 2(3 - 2x + x^2 + 2x^3) = \lambda \cdot \vec{v} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Efectivamente, $\vec{v}$ es un autovector del autovalor $\lambda = 2$.

Por último, calculamos mediante combinación lineal las coordenadas del vector $\vec{v}$ con respecto a la base B.

$$(3 - 2x + x^2 + 2x^3) = \alpha(1) + \beta(x^2) + \gamma(-x + x^3)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3 = \alpha \\ -2 = -\gamma \rightarrow \gamma = 2 \\ 1 = \beta \\ 2 = \gamma \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Las coordenadas son: } \vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}_B .$$

Problema 5 (1 punto)

Sea la forma cuadrática $Q: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ dada por

$$Q(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + xy + xz + yz$$

Se pide:

a) Escriba la expresión matricial de la forma cuadrática en la base canónica del espacio $\mathbb{R}^3$ (0,25 puntos)
b) Determine el signo de la forma cuadrática, justificando claramente la respuesta (0,5 puntos)
c) ¿Se puede asegurar que para todo vector no nulo la forma cuadrática puede tomar valores positivos o negativas? Justifique su respuesta. (0,25 puntos)

Solución

a) La expresión matricial de la forma cuadrática vendría dada por:

$$Q(x, y, z) = (x, y, z) \begin{pmatrix} 1 & 112 & 1/2 \\ 1/2 & 1 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

b) Paca determinar el signo vamos a utilizar el método de los menores principales.

$$A_1 = |1| = 1 > 0$$

$$A_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1/2 \\ 1/2 & 1 \end{vmatrix} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} > 0$$

$$A_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1 \end{vmatrix} = 1 + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) =$$

$$\frac{1}{2} > 0$$

Como todos los menores principales son estrictamente positivos ⇒ la forma cuadrática es definida positiva.

c) No, porque en el apartado anterior hemos visto que la forma cuadrática es definida positiva, por lo que para cualquier vector no nulo, tomará valores estrictamente positivos.